Autoevaluación

Página 269

1 En el experimento aleatorio de lanzar una moneda tres veces se consideran los siguientes sucesos:

A = "Sacar al menos una cara y una cruz"

B = "Sacar a lo sumo una cara"

a) Determina el espacio muestral asociado a ese experimento y los sucesos A y B.

b) ¿Son independientes ambos sucesos?

a) E = {(C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +)}

A = {(C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C)}

B = {(C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +)}

b) $A \cap B$ = {(C, +, +), (+, C, +), (+, +, C)}

$P[A] = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$P[B] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P[A \cap B] = \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = P[A] \cdot P[B]$, luego son independientes.

2 Dados dos sucesos R y S de un mismo experimento aleatorio tales que:

$$P[R] = 0{,}27 \qquad P[S'] = 0{,}82 \qquad P[R \cup S] = 0{,}4$$

Calcula las siguientes probabilidades:

$$P[S],\ P[R \cap S],\ P[(R \cup S)']\ \text{y}\ P[R' \cup S']$$

$P[S] = 1 - P[S'] = 1 - 0{,}82 = 0{,}18$

$P[R \cap S] = P[R] + P[S] - P[R \cup S] = 0{,}27 + 0{,}18 - 0{,}4 = 0{,}05$

$P[(R \cup S)'] = 1 - P[R \cup S] = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$P[R' \cup S'] = P[(R \cap S)'] = 1 - P[R \cap S] = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$

3 Dadas esta urna y la siguiente tabla, copia en tu cuaderno y completa la tabla:

	🔴	🟢	⚫	TOTAL
1				
2				
TOTAL				

Calcula:

a) P[🔴], P[🟢], P[⚫], $P[1]$, $P[2]$

b) P[🔴 $\cap$ 1], P[🔴/1], P[1/🔴]. Explica el significado de estas probabilidades.

c) P[🟢/1], P[⚫/1]

d) El suceso "1" es independiente con uno de los sucesos 🔴, 🟢 o ⚫. ¿Con cuál? Explica por qué.

	🔴	🟢	⚫	TOTAL
1	3	1	2	6
2	2	1	1	4
TOTAL	5	2	3	10

a) P[🔴] $= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, P[🟢] $= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, P[⚫] $= \frac{3}{10}$, $P[1] = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $P[2] = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) • P[🔴 $\cap$ 1] = $\frac{3}{10}$. Significa P[bola roja con el número 1].

• P[🔴/1] = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Sabemos que la bola tiene un 1. ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja?

• P[1/🔴] = $\frac{3}{5}$. Sabemos que la bola es roja. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un 1?

c) P[🟢/1] = $\frac{1}{6}$, P[⚫/1] = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) El suceso "1" es independiente respecto a 🔴 porque P[🔴/1] = P[🔴] = $\frac{1}{2}$.

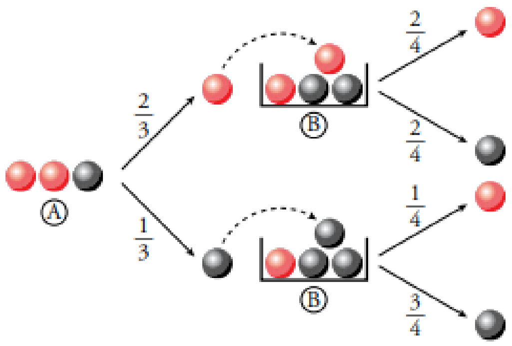
No es independiente respecto a 🟢 porque P[🟢/1) $\neq$ P[🟢], ni es independiente respecto a ⚫ porque P[⚫/1) $\neq$ P[⚫].

4 Extraemos al azar una bola de la urna A y la metemos en B. Removemos y volvemos a extraer al azar una bola, pero esta vez de la urna B. Calcula las siguientes probabilidades:

a) P[1.ª 🔴 y 2.ª 🔴], P[2.ª 🔴/1.ª 🔴]

b) P[1.ª ⚫ y 2.ª 🔴], P[2.ª 🔴/1.ª ⚫], P[2.ª 🔴]

c) P[2.ª ⚫], P[1.ª ⚫/2.ª 🔴]



P[1.ª 🔴 y 2.ª 🔴] = $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12}$

P[1.ª 🔴 y 2.ª ⚫] = $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12}$

P[1.ª ⚫ y 2.ª 🔴] = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

P[1.ª ⚫ y 2.ª ⚫] = $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12}$

a) P[1.ª 🔴 y 2.ª 🔴] = $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

P[2.ª 🔴/1.ª 🔴] = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) P[1.ª ⚫ y 2.ª 🔴] = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

P[2.ª 🔴/1.ª ⚫] = $\frac{1}{4}$

P[2.ª 🔴] = P[1.ª 🔴 y 2.ª 🔴] + P[1.ª ⚫ y 2.ª 🔴] = $\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

c) P[2.ª ⚫] = P[1.ª 🔴 y 2.ª ⚫] + P[1.ª ⚫ y 2.ª ⚫] = $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

P[1.ª ⚫/2.ª 🔴] = $\frac{P[1.ª ⚫ \text{ y } 2.ª 🔴]}{P[2.ª 🔴]} = \frac{1/12}{5/12} = \frac{1}{5}$

5 **Un grupo de 15 personas van a ver una película, 9 de las cuales quieren ver una de miedo, y 10, una de acción. Hay tres parejas que no soportan las películas de miedo; entre ellas, Marcos y Lidia, que tampoco les gustan las de acción. Al final han comprado entradas para la de acción.**

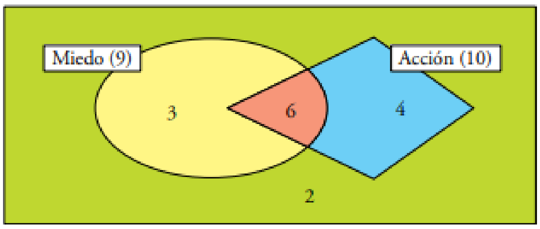
a) Si se pregunta a uno del grupo al azar, ¿qué probabilidad hay de que le haya gustado la elección?

b) Y si le ha gustado, ¿qué probabilidad hay de que no le hubiera importado ir a la de miedo?

c) Si se pregunta a uno de los que les gustan las películas de miedo, ¿qué probabilidad hay de que esté conforme con la elección?

Como hay 2 personas que no soportan ni un tipo ni otro de películas, en total son 13 las personas que quieren ver películas de miedo o de acción. Por tanto, hay 6 personas a las que les gustan ambos tipos de películas.

Teniendo en cuenta el resto de los datos, tenemos:

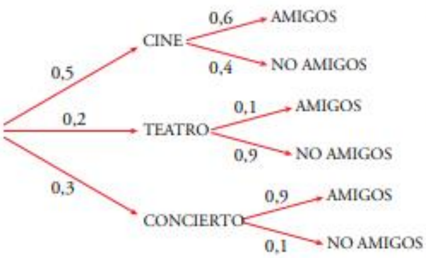


a) $P[\text{ACCIÓN}] = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ b) $P[\text{MIEDO}/\text{ACCIÓN}] = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ c) $P[\text{ACCIÓN}/\text{MIEDO}] = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

6 **Berta ha ido al cine, al teatro o de concierto con probabilidades 0,5; 0,2 y 0,3, respectivamente. El 60 % de las veces que va al cine se encuentra con amigos y se va de marcha con ellos. Lo mismo le ocurre el 10 % de las veces que va al teatro y el 90 % de las que va de concierto.**

a) ¿Qué probabilidad hay de que se quede de marcha?

b) Si después del espectáculo ha vuelto a casa, ¿qué probabilidad hay de que haya ido al teatro?



$P[\text{CINE y AM}] = 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}30$

$P[\text{CINE y no AM}] = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}20$

$P[\text{TEATRO y AM}] = 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}02$

$P[\text{TEATRO y no AM}] = 0{,}2 \cdot 0{,}9 = 0{,}18$

$P[\text{CONCIERTO y AM}] = 0{,}3 \cdot 0{,}9 = 0{,}27$

$P[\text{CONCIERTO y no AM}] = 0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}03$

a) $P[\text{AM}] = P[\text{CINE y AM}] + P[\text{TEATRO y AM}] + P[\text{CONCIERTO y AM}] = 0{,}30 + 0{,}02 + 0{,}27 = 0{,}59$

b) $P[\text{TEATRO}/\text{no AM}] = \frac{P[\text{TEATRO y no AM}]}{P[\text{no AM}]}$. Calculemos:

$P[\text{TEATRO}/\text{no AM}] = 0{,}18$

$P[\text{no AM}] = 1 - P[\text{AM}] = 1 - 0{,}59 = 0{,}41$

(También se podría haber calculado sumando $P[\text{CINE y no AM}] + P[\text{TEATRO y no AM}] + P[\text{CONCIERTO y no AM}]$).

$P[\text{TEATRO}/\text{no AM}] = \frac{0{,}18}{0{,}41} \approx 0{,}44$

Esto significa, dicho de forma ingenua, que de cada 100 veces que vuelva a casa pronto, en 44 de ellas ha ido al TEATRO.